

**Egzamin na studia uzupełniające II stopnia
w roku akademickim 2012/2013**

Zadania z analizy numerycznej

Termin: 19 lutego

1. a) 15 punktów Wytłumacz na czym polega i kiedy występuje zjawisko *utrąty cyfr znaczących* wyniku.
- b) 15 punktów Określ dla jakich $x \in \mathbb{R}$ obliczanie wartości wyrażenia

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 + 2} + x}$$

może wiązać się z utratą cyfr znaczących wyniku. Zaproponuj sposób obliczenia wyniku dokładniejszego.

2. 40 punktów Załóżmy, że dysponujemy procedurą `Integral(h)` obliczającą z dokładnością bliską maszynowej wartość całki

$$\int_a^b h(x) dx$$

dla dowolnej funkcji ciągłej $h : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Opisz w szczegółach algorytm numerycznego wyznaczania wielomianu w_n o najmniejszym możliwym stopniu $n \in \mathbb{N}$, który spełnia warunek

$$\int_a^b (f(x) - w_n(x))^2 dx < \varepsilon,$$

gdzie f jest daną funkcją ciągłą w przedziale $[a, b]$, natomiast $\varepsilon > 0$ jest ustalone.

3. 40 punktów Niech dana będzie macierz nieosobliwa $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Zaproponuj algorytm obliczania macierzy A^{-1} oraz określ jego złożoność.