

Egzamin na studia II stopnia

19 września 2013 r.

Zadania z analizy numerycznej

1. (25 punktów) Niech L_n będzie wielomianem interpolującym funkcję $f(x) = \exp x$ w zerach $(n + 1)$ -szego wielomianu Czebyszewa. Jaka wartość n gwarantuje, że zachodzi nierówność

$$\max_{-1 \leq x \leq 1} |f(x) - L_n(x)| \leq 10^{-5} ?$$

2. (25 punktów) Odwrotność liczby c można obliczać bez wykonywania dzielenia, za pomocą wzoru

$$x_{n+1} := x_n(2 - cx_n) \quad (n = 0, 1, \dots).$$

Uzasadnić ten fakt.

3. (25 punktów) Sprawdzić, czy funkcja

$$s(x) := \begin{cases} (x + 1)[1 + (x + 1)^2], & x \in [-1, 0], \\ 4 + (x - 1)[1 + (x - 1)^2], & x \in [0, 1] \end{cases}$$

jest naturalną funkcją sklejaną III stopnia, interpolującą funkcję f , o wartościach

$$f(-1) = 0, \quad f(0) = 2, \quad f(1) = 4.$$

4. (25 punktów) Ile co najmniej podprzedziałów trzeba uwzględnić w złożonym wzorze trapezów, aby obliczyć całkę

$$\int_1^2 (x + e^{-x^2}) dx$$

z błędem mniejszym od $5 \cdot 10^{-8}$?