

Egzamin na studia II stopnia

15 lutego 2013 r.

Zadania z analizy numerycznej

1. (25 punktów) Funkcja f o wartościach

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	1	4	11	16	13	-4

jest prawdopodobnie wielomianem trzeciego stopnia. Jak można to sprawdzić?

2. (25 punktów)

Czy istnieją takie stałe a , b , c i d , że funkcja

$$s(x) = \begin{cases} ax^3 + x^2 + cx & (-1 \leq x \leq 0), \\ bx^3 + x^2 + dx & (0 \leq x \leq 1) \end{cases}$$

jest naturalną funkcją sklejaną III stopnia, przyjmującą w punktach -1 , 0 , 1 te same wartości, co funkcja $f(x) = |x|$?

3. (25 punktów) Wykazać, że wielomian $w(x) = 0$ jest drugim wielomianem optymalnym dla funkcji $f(x) = \sin 4x$ w sensie aproksymacji jednostajnej w przedziale $[0, 2\pi]$.

4. (25 punktów) Obliczyć element T_{30} następującej tablicy Romberga przybliżeń pewnej całki:

$$\begin{array}{ccccccc} T_{00} = 4092 & & & & & & \\ T_{01} & & T_{10} & & & & \\ T_{02} = 312 & & T_{11} = 12 & & T_{20} & & \\ T_{03} & & T_{12} & & T_{21} = -4 & & T_{30} = \boxed{} \end{array}$$