

Egzamin na studia II stopnia (18 września 2008 r.)

Zadania z analizy numerycznej

1. (35 punktów) Niech $L \in \Pi_6$ będzie wielomianem interpolującym funkcję e^x w punktach

$$\cos \frac{(2k+1)\pi}{14} \quad (k = 0, 1, \dots, 6).$$

Wykazać, że dla każdego $x \in [-1, 1]$ zachodzi nierówność $|e^x - L(x)| < 10^{-5}$.

2. (30 punktów) Zbadać, czy funkcja S , określona dla $x \in [-1, +2]$ wzorem

$$S(x) = \begin{cases} 2(x+1) + (x+1)^3 & (-1 \leq x \leq 0), \\ 3 + 5x + 3x^3 & (0 \leq x \leq 1), \\ 11 + 11(x-1) - (x-1)^2 + 3(x-1)^3 & (1 \leq x \leq 2) \end{cases}$$

jest, czy nie jest naturalną funkcją sklejaną trzeciego stopnia.

3. (35 punktów) Chcemy obliczyć przybliżoną wartość całki

$$I := \int_{-1}^1 \ln(2+x) dx$$

za pomocą złożonego wzoru trapezów T_n . Wyznaczyć możliwie małą wartość n , dla której na pewno zachodzi nierówność $|I - T_n| < 10^{-5}$.