

Algorytmy i Struktury Danych

egzamin na magisterskie studia uzupełniające

18 lutego 2015 r.

Zadanie 1: problemy P i NP (20 punktów)

Wyjaśnij, co to jest problem decyzyjny. Jak są zdefiniowane klasy problemów P i NP ? Podaj przykład jednego problemu należącego do P i jednego problemu należącego do NP . Jaka jest zasadnicza różnica między tymi klasami problemów? Czy te klasy problemów są takie same, a więc czy $P = NP$?

Zadanie 2: pętla w liście jednokierunkowej (44 punktów)

Rozważmy listę jednokierunkową, o której nie wiemy, czy się ona zapętla czy nie. Zapętlenie w liście polega na tym, że w ostatnim węźle wskaźnik na następnika nie jest pusty tylko wskazuje na jakiś węzeł wewnątrz listy. Opracuj i opisz algorytm, który sprawdzi, czy lista jest zapętlniona czy nie w liniowym czasie $O(n)$, gdzie n to liczba wszystkich węzłów w liście.

Prostsza wersja tego zadania dotyczy sytuacji, gdy w ostatnim węźle wskaźnik na następnika jest albo pusty albo wskazuje na pierwszy element.

Zadanie 3: szybkie przesiewanie w dół w drzewie dwumianowym (28 punktów)

Dane jest drzewo dwumianowe stopnia k , które zawiera 2^k węzłów. W drzewie tym jest zachowany porządek kopcowy. Następnie zmieniamy w dowolnym wybranym węźle pamiętaną w nim wartość. Porządek kopcowy może więc zostać zaburzony. Jeśli zmienimy wartość na większą, to zwykła procedura przesiewania w górę przywróci ten porządek w $O(\log n)$ krokach, a więc w akceptowalnym dla nas czasie. Jeśli natomiast zmienimy wartość na mniejszą, to przywrócenie porządku kopcowego poprzez proste przesiewanie w dół będzie działać istotnie dłużej, bo w $O(\log^2 n)$ krokach. Opracuj metodę, która po zmianie wartości na mniejszą we wskazanym węźle drzewa dwumianowego przywróci porządek kopcowy w czasie $O(\log n)$.

Najpierw napisz definicję drzewa dwumianowego, następnie na czym polega porządek kopcowy w drzewie, potem przedstaw ideę rozwiązania problemu (może to być pseudokod z obszernymi komentarzami) a na koniec uzasadnij, że czas działania opisanego algorytmu rzeczywiście jest logarytmiczny.