

Alгоритмы и Структуры Данных
egzamin na studia uzupełniające
luty 2014r.

Zadanie 1: dolna granica dla problemu skalania (32 punkty)

Dane są dwa posortowane n -elementowe ciągi. Elementy obu ciągów należą do pewnego zbioru z porządkiem liniowym. Udowodnij, że w modelu drzew decyzyjnych dolne ograniczenie na liczbę porównań dla *problemu skalania* takich ciągów wynosi $\Omega(n)$.

Zadanie 2: duża nieainicjalizowana tablica (36 punktów)

Zaprojektuj strukturę danych, która umożliwi poprawne wykonywanie następujących operacji tablicowych na dużej *nieainicjalizowanej tablicy*:

- *create*(n) — utworzenie pustej tablicy o n elementach, gdzie n jest daną liczbą naturalną; tablica jest indeksowana od 0 do $n - 1$; początkowo wszystkie sloty w tablicy są puste;
- *empty*(i) — sprawdzenie czy i -ty slot w tablicy jest pusty;
- *clear*(i) — usunięcie ewentualnej wartości z i -tego slotu w tablicy;
- *size*() — podanie liczby wszystkich wykorzystanych slotów w tablicy;
- *read*(i) — odczytanie wartości z i -tego slotu w tablicy (indeks i powinien być $0 \leq i < n$);
- *write*(i, x) — wpisanie wartości x do i -tego slotu w tablicy (indeks i powinien być $0 \leq i < n$).

W każdym momencie działania programu struktura powinna zajmować $O(n)$ komórek pamięci. Opisz, w jaki sposób zaimplementowane powinny być poszczególne instrukcje. Jaki jest czas ich wykonania? Pamiętaj, że powinien on być atrakcyjnie mały nawet w najgorszym przypadku.

Zadanie 3: najdłuższy podciąg palindromiczny (32 punkty)

Ciąg nazywamy *palindromicznym* jeśli wygląda tak samo czytany od początku do końca i od końca do początku. Opracuj algorytm obliczania długości najdłuższego podciągu palindromicznego dla podanego na wejściu n -elementowego ciągu $X = (x_1, \dots, x_n)$. Uzasadnij poprawność opisanego algorytmu. Jaka jest jego złożoność obliczeniowa (czasowa i pamięciowa)?