

Algorytmy i Struktury Danych
egzamin na studia uzupełniające
wrzesień 2013 r.

Zadanie 1 (32 punktów)

Dany jest nieuporządkowany ciąg n -elementowy i liczba naturalna k , gdzie $0 < k \leq n$. Udowodnij, że w modelu drzew decyzyjnych wyznaczenie k -tego co do wielkości elementu w nieuporządkowanym ciągu n -elementowym oraz wydzielenie z tego ciągu $k - 1$ elementów nie większych i $n - k$ elementów nie mniejszych od pivotu wymaga wykonania $\Omega(\log k + \log \binom{n}{k})$ porównań. Uzasadnij swoje obliczenia.

Uwaga. Opisz pojęcie drzewa decyzyjnego.

Zadanie 2 (36 punkty)

Wyjaśnij, na czym polega adresowanie otwarte w tablicach z haszowaniem. Opisz dokładniej jakiś sposób rozwiązywania konfliktów w takiej tablicy, które mogą się pojawić podczas wstawiania do niej nowych elementów. Opisz, jak zaimplementować usuwanie niepotrzebnych elementów z tablicy z haszowaniem.

Zadanie 3 (32 punkty)

Dany jest n -elementowy rosnący ciąg liczb całkowitych $A = (a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$, taki że $a_0 < a_1 < \dots < a_{n-1}$. Można założyć, że liczby te są zapisane w tablicy $A[0 \dots n-1]$. Opisz efektywny algorytm (działający poniżej czasu liniowego), który sprawdzi czy w tym ciągu znajduje się chociaż jeden taki element, że na i -tej pozycji znajduje się wartość i , czyli $A[i] = i$ dla pewnego $i \in \{0 \dots n-1\}$. Jeśli taki element istnieje, to należy wypisać jedną taką wartość, a jeśli nie ma takiego elementu, to należy wypisać -1 . Uzasadnij poprawność twojego algorytmu i przeanalizuj jego złożoność obliczeniową.

Przykład. Dla ciągu liczb $[-3, -1, 1, 3, 4, 5, 7, 9]$ algorytm może odpowiedzieć liczbą 4 (albo 3 lub 5), a dla ciągu liczb $[-1, 2, 5, 7, 8, 9]$ algorytm ma odpowiedzieć wartością -1 .