

# Algorytmy i Struktury Danych

egzamin na studia uzupełniające w 2009 r.

## Część 1 (30 punktów)

Rozważmy następujący problem. Dany jest nieuporządkowany  $n$ -elementowy zbiór liczb całkowitych  $S$ . W zbiorze tym należy wyznaczyć medianę  $m \in S$  a pozostałe elementy podzielić na dwa równoliczne (z dokładnością do jednego) zbiory rozłączne w taki sposób, że elementy w pierwszym zbiorze będą  $< m$  a w drugim będą  $> m$ . Jakie jest dolne ograniczenie na złożoność czasową dla tego problemu w modelu *drzew decyzyjnych*? Odpowiedź uzasadnij. Przypomnij czym jest drzewo decyzyjne i co jest podstawą miary złożoności czasowej we wspomnianym modelu.

## Część 2 (30 punktów)

Dany jest  $n$ -elementowy ciąg liczb rzeczywistych  $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$ . Liczby w tym ciągu nie są uporządkowane. Należy wyznaczyć taką parę pozycji  $(i, j)$  aby różnica  $a_j - a_i$  osiągała maksymalną wartość, przy czym  $0 \leq i < j < n$ . Opracuj efektywny algorytm, który rozwiązuje to zadanie. Uzasadnij jego poprawność i oszacuj złożoność obliczeniową (czasową i pamięciową).

## Część 3 (40 punktów)

Przypomnij sobie realizację *słownika* za pomocą *drzew AVL*.

1. Podaj definicję drzewa AVL.
2. Jaki jest czas realizacji poszczególnych operacji słownikowych w drzewie AVL?
3. Czym są rotacje i po co się je wykonuje? Jakiego typu rotacje są wykonywane w drzewach AVL? Ile rotacji może być wykonywanych w najgorszym przypadku w trakcie realizacji poszczególnych operacji słownikowych?
4. Jaka jest najmniejsza i największa liczba kluczy pamiętanych w drzewie AVL o wysokości krawędziowej  $h$ ? Odpowiedź uzasadnij.
5. Skonstruuj i opisz efektywny algorytm podziału drzewa AVL na dwa rozłączne zbiory (które też są drzewami AVL) względem zadanej wartości  $x$ : w pierwszym zbiorze mają się znaleźć wartości  $\leq x$  a w drugim wartości  $> x$ .