

Algorytmy i Struktury Danych

egzamin na studia uzupełniające w 2008 r.

Część 1 (20 punktów) Dana jest n -elementowa uporządkowana tablica z liczbami oraz wartość x . Przypomnij sobie jak będzie działać procedura *wyszukiwania binarnego* zadanej wartości w tej tablicy.

1. Napisz w pseudokodzie procedurę wyszukiwania binarnego. Twoja procedura powinna zwracać numer pozycji, na której występuje zadany element w tablicy, albo wartość -1 , gdy go tam nie ma.
2. Wylicz ile porównań wykona w najgorszym przypadku twoja procedura?
3. Jaka jest złożoność pamięciowa twojej procedury? Odpowiedź uzasadnij.

Część 2 (30 punktów) Jakie jest dolne ograniczenie na liczbę porównań w *problemie sortowania*? Zakładamy, że sortujemy tylko w oparciu o porównywanie kluczy.

1. Oszacuj asymptotycznie od dołu liczbę porównań dla danych rozmiaru n .
2. Przypomnij krótko, skąd bierze się takie dolne ograniczenie.
3. Wylicz ile porównań wykona w najgorszym przypadku algorytm sortujący 5 elementów.
4. Wymień dwa algorytmy sortujące, które działają optymalnie co do liczby porównań.

Część 3 (50 punktów) Dany jest *graf prosty* $G(V, E)$, gdzie $V = \{0, 1, \dots, n-1\}$ to zbiór wierzchołków a $E = \{(i, j) : i, j \in V \wedge i \neq j\}$ to zbiór krawędzi. Graf ten należy podzielić na *spójne składowe*, nadając każdemu wierzchołkowi dodatkowy numer, mówiący do której spójnej składowej należy.

1. Opracuj algorytm, który efektywnie rozwiązuje to zadanie i wykorzystuje zbiory rozłączne.
2. Uzasadnij poprawność opisanego algorytmu i oszacuj jego złożoność obliczeniową.
3. Krótko ale precyzyjnie opisz zastosowaną w algorytmie strukturę danych reprezentującą zbiory rozłączne (napisz procedury *union* i *find* i oszacuj ich złożoność obliczeniową).
4. Jaka struktura danych najlepiej nadaje się w tym przypadku do pamiętania grafu? Odpowiedź uzasadnij.